

• 思路与方法学 •

模糊数学综合评判法在临床中的应用

安徽中医学院附属医院 郑日新

湖南中医学院数理教研室 刘明芝

医学科学的发展,使新的药物与治疗方法不断涌现,原有的治疗方案也在不断改进与完善中,诸疗法优劣的比较,是临床科研的常选课题。临床疗效的综合评判,既是对各种治疗方案的疗效进行正确评价的重要步骤,也是临床医生为患者选择最佳治疗方案的依据。由于临床疗效分析是一个多因素(各因素间不一定有关联)、多水平的复杂的分析问题,所以,进行统计学处理时较为棘手。

疗效分析的着眼点,首先是反映疾病的症状、体征、理化检验异常值的恢复程度(从中医的诊疗特点来看,主要是观察反映病、证的一组症状。由于中医四诊客观化研究的进展,中医辨证分型与客观指标相关性研究的深入,一些客观指标陆续被引入中医病、证的诊断中,其疗效分析的考虑因素,亦不断增加)。其次,药物对人体的毒、副作用,后遗症发生率,致畸、致残情况,药物远期疗效,疗程长短,经济效益等等,都是疗效分析时应该考虑的着眼点。如果把上述着眼点作为疗效分析的考虑因素,又把各因素分成若干等级,则疗效分析就是一个多因素多水平的统计问题。

目前,在进行疗效分析时,常把疾病的症状、体征、理化检验异常值的恢复程度作为一个考虑因素,分成临床痊愈、显效、有效、无效几个等级,以变复杂的多因素问题为单因素问题,再用秩和检验等方法进行假设检验。但是在临床实践中,许多疾病,特别是一些多病因、多层次、多属性的慢性复杂性疾病的症状、体征、理化检查异常值的恢复,并不是按制定的“等级”同步进行,而是此高彼低,参差不一。这是因为各种药物针对性不同,且某些因素间存在着不相关性,所以它们的恢复程度不同步,用这种机械律齐的分等级方法似不能反映复杂病变的疗效情况。另外,疾病的不同症状、体征的改善其意义也不同,如中风患者的神志状态和足趾功能恢复的意义就不同。再者,药物的毒、副作用,疗程等影响疗效评判的因素亦难以统计。模糊数学综合评判法却能定量化地进行疗效综合评判。兹举例说明,介绍它的具体应用。

有原发性高血压病Ⅱ期、肝阳上亢型患者,按科研设计要求分为3组:A组为试验组,服中药某方;

B组口服复方降压片,为标准对照组;C组服中药加复方降压片,为复合对照组。经过一个疗程治疗后,降压疗效如表1,药物毒、副作用比较如表2。

表1 3组降压疗效分析

	组别	痊愈 例 %	显效 例 %	有效 例 %	无效 例 %	恶化 例 %
头 晕	A	8 26.7	12 40.0	6 20.0	3 10.3	1 3.3
	B	4 13.3	6 20.0	12 40.0	7 23.3	1 3.3
	C	12 40.0	14 46.7	3 10.0	1 3.3	0 0
腰 酸 软	A	16 53.3	8 26.7	3 10.0	2 6.7	1 3.3
	B	4 13.3	5 16.7	8 26.7	10 40.0	3 10.0
	C	18 60.0	10 33.3	2 6.7	0 0	0 0
降 压	A	2 6.7	4 13.3	12 40.0	8 26.7	4 13.3
	B	10 33.3	8 26.7	7 23.3	3 10.0	2 6.7
	C	15 50.0	12 40.0	2 6.7	1 3.3	0 0
3min 唾液 滴数	A	6 20.0	12 40.0	10 33.3	1 3.3	1 3.3
	B	0 0	0 0	7 23.3	20 66.7	3 10.0
	C	6 20.0	12 40.0	11 36.7	1 3.3	0 0

表2 3组药物毒副作用比较

组别	无 例 %	一般 例 %	较重 例 %	严重 例 %	特重 例 %
A	30 100	0 0	0 0	0 0	0 0
B	27 90	1 3.3	2 6.7	0 0	0 0
C	28 93.3	1 3.3	1 3.3	0 0	0 0

根据以上资料,用模糊数学综合评判法进行疗效综合评判,方法如下:

一、建立疗效判定指标,即模糊数学所指的着眼因素集合 $X=\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$,其中 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 为疗效分析的诸“着眼点”, X 为诸着眼点的集合。本例题为 $X=\{\text{降压效果, 治头晕效果, 3分钟唾液滴数改变率, 治腰膝酸软效果, 药物毒、副作用}\}$ 。在实际应用时,着眼因素可以根据科研要求进行增减。

二、建立评价指标,即模糊数学所指的评价集合: $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ 。本例题为 $Y=\{\text{很好, 好, 较好, 一般, 差}\}$ 。

三、规定着眼因素在评价等级上的对应范围。即诸疗效中,痊愈、显效、有效、无效、恶化五等,药物毒、副作用中的无、一般、较重、严重、特重五等

分别与评价等级的很好、好、较好、一般、差相对应。如疗效中的痊愈，药物毒、副作用中的“无”与评价等级“很好”相对应。

四、根据以上对应关系，将治疗结果的各类疗效频数资料，分别建立从X到Y的模糊关系矩阵R。

$$\begin{aligned}
 R_{A组} &= \begin{pmatrix} 0.267, & 0.400, & 0.200, & 0.103, & 0.033, \\ 0.533, & 0.267, & 0.100, & 0.067, & 0.033, \\ 0.067, & 0.133, & 0.400, & 0.267, & 0.133, \\ 0.200, & 0.400, & 0.333, & 0.033, & 0.033, \\ 1, & 0, & 0, & 0, & 0, \end{pmatrix} \\
 R_{B组} &= \begin{pmatrix} 0.133, & 0.200, & 0.400, & 0.233, & 0.033, \\ 0.133, & 0.167, & 0.267, & 0.400, & 0.100, \\ 0.033, & 0.267, & 0.233, & 0.100, & 0.067, \\ 0, & 0, & 0.233, & 0.067, & 0.103, \\ 0.900, & -0.033, & -0.067, & 0, & 0, \end{pmatrix} \\
 R_{C组} &= \begin{pmatrix} 0.400, & 0.467, & 0.100, & 0.033, & 0, \\ 0.600, & 0.333, & 0.067, & 0, & 0, \\ 0.500, & 0.400, & 0.067, & 0.033, & 0, \\ 0.200, & 0.400, & 0.367, & 0.033, & 0, \\ 0.933, & -0.033, & -0.033, & 0, & 0, \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

模糊关系矩阵R的隶属度取正值，由于药物毒、副作用对疗效评判起负向作用，故有毒、副作用时则取负值。

五、建立着眼因素的权重集合： $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 。要求 $\sum_{i=1}^n S_i = 1$ 。确定权重的方法，有主观概率法、专家评分法和层次分析法三种。一般科研课题常用专家评分法，大型的重点科研课题，则应该用层次分析法。本例从简，用主观概率法确定权重集合，设 $S = (0.15, 0.20, 0.45, 0.15, 0.05)$ ，0.45表示降压效果占评价权重的45%，0.05表示药物对人体毒、副作用占评价权重的5%，余可类推。

六、把S分别与上述模糊关系矩阵 R_A, R_B, R_C 复合，求得模糊评判矩阵。矩阵复合方法很多，通常采用先取小，后取大的方法，优点是抓主要矛盾。作者采用矩阵乘法复合（方法见“附录”），目的是在模糊中求精确，可以减少信息量的丢失。

$$D_{A组} = S \circ R_A = (0.15, 0.20, 0.45, 0.15, 0.05)$$

$$\begin{aligned}
 \circ & \begin{pmatrix} 0.400, & 0.467, & 0.100, & 0.033, & 0, \\ 0.600, & 0.333, & 0.067, & 0, & 0, \\ 0.500, & 0.400, & 0.067, & 0.033, & 0, \\ 0.200, & 0.400, & 0.367, & 0.033, & 0, \\ 0.933, & -0.033, & -0.033, & 0, & 0, \end{pmatrix} \\
 &= \{0.2568, 0.2133, 0.2800, 0.1535, 0.0764\}
 \end{aligned}$$

$$\text{同理 } D_B = S \circ R_B$$

$$= \{0.2414, 0.1926, 0.2466, 0.2450, 0.0701\}$$

$$D_C = \{0.4815, 0.3751, 0.1104, 0.0297, 0\}$$

七、把 D_A, D_B, D_C 进行标准化处理，以相对值表示，以便比较。

$$\text{因 } 0.2568 + 0.2133 + 0.2800 + 0.1535 + 0.0764 = 0.98$$

$$\text{故 } D_A = \left\{ \frac{0.2568}{0.98}, \frac{0.2133}{0.98}, \frac{0.2800}{0.98}, \frac{0.1535}{0.98}, \frac{0.0764}{0.98} \right\}$$

$$= (0.2620, 0.2176, 0.2857, 0.1566, 0.0796)$$

$$\text{同理 } D_B = (0.2424, 0.1834, 0.2476, 0.2460, 0.0704)$$

$$D_C = (0.4831, 0.3763, 0.1108, 0.0298, 0)$$

从各治疗组的隶属度可知：A组最高分是0.2857，属于疗效“较好”层次；B组最高分是0.2476，亦属疗效“较好”层次；C组最高分是0.4831，在“最好”层次，较高分在“疗效好”层次。因此，可以认为C疗法远优于A疗法和B疗法。

八、赋予各评价等级不同的评分权重，建立评分权重向量P，将综合评判矩阵D与P复合，求得各治疗组的评分总值M。本例P仍由主观概率法给出： $P = (0.6, 0.4, 0.2, 0, -0.2)$ ，0.6表示疗效最好占评分总值的权重，-0.2表示疗效差占评分总值的权重，余可类推。

$$M_A = P \circ D_A = (0.6, 0.4, 0.2, 0, -0.2)$$

$$\begin{aligned}
 & \circ (0.2620, 0.2176, 0.2857, 0.1566, 0.0796) \\
 &= 0.2855
 \end{aligned}$$

$$\text{同理 } M_B = 0.2542 \quad M_C = 0.4625$$

由此可知：C疗法最优，A疗法次之，B疗法又次之。如仅以降压的频数资料看，B组明显优于A组，而疗效综合评判的结论A组优于B组。

模糊数学是用精确的数学语言对模糊性事物进行描述，它已广泛应用于自然科学、社会科学的许多学科。模糊数学为数学语言表达复杂的医学问题提供了基础，为医学临床科研与管理提供了一种数学工具，值得推广。

附录 矩阵乘法复合简介

设：模糊集合A和B如下：

$$A = (0.4, 0.6)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.3, & 0.1, & 0.6 \\ 0.2, & 0.3, & 0.5 \end{pmatrix}$$

则矩阵乘法复合

$$C = A \circ B$$

$$= (0.4 \times 0.3 + 0.6 \times 0.2, 0.4 \times 0.1 + 0.6 \times 0.3, 0.4 \times 0.6 + 0.6 \times 0.5)$$

$$= (0.24, 0.22, 0.54)$$